

# ПРОГРАММА

аттестационного испытания для перевода на экономический факультет  
из других вузов и с других факультетов МГУ имени М.В.Ломоносова

Утверждена на 2020 год

## ЧАСТЬ I. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

### ТЕМА 1. ВВЕДЕНИЕ

Значение алгебраической культуры в современном образовании экономиста. Краткая история применения алгебраических методов в экономике. Использование в экономике алгебраических понятий и моделей.

### ТЕМА 2. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Системы линейных уравнений. Векторы и матрицы. Эквивалентные преобразования систем линейных уравнений. Метод Гаусса последовательного исключения неизвестных. Метод Жордана — Гаусса. Общее решение систем линейных уравнений.

### ТЕМА 3. N-МЕРНЫЕ ВЕКТОРЫ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

$n$ -мерные векторы и операции над ними. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг и база набора векторов. Максимальные линейно независимые подсистемы векторов. Теорема о двух наборах векторов.

### ТЕМА 4. РАНГ МАТРИЦЫ. ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ. ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Теорема Кронекера — Капелли. Операции над матрицами и их свойства. Теорема о существовании обратной для каждой невырожденной матрицы. Вычисление обратной матрицы с применением метода Гаусса — Жордана.

### ТЕМА 5. КОНЕЧНОМЕРНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Подпространства линейного пространства. Два способа задания подпространств: в виде линейной оболочки набора векторов и в виде множества решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений. Алгебраические операции над векторными множествами. Сумма множеств в смысле Минковского. Сумма и пересечение подпространств. Формула Грассмана. Структура множества решений неоднородной системы линейных уравнений. Линейные многообразия. Взаимное расположение линейных многообразий. Аффинные оболочки множеств. Выпуклые множества; их свойства.

Выпуклые оболочки множеств.

### ТЕМА 6. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И МНОГОЧЛЕНЫ

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня. Многочлены. Лемма о делимости двух многочленов. Теорема Безу. Теорема Виета. Основная теорема высшей алгебры. Разложение многочлена на линейные и квадратичные множители с действительными коэффициентами.

### ТЕМА 7. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Определение и свойства определителя. Эквивалентные определения определителя. Вычисление определителей методом элементарных преобразований. Решение систем с квадратной матрицей по правилу Крамера. Нахождение обратной матрицы с помощью определителей. Определитель Грама и его свойства.

## **ТЕМА 8. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ В ЛИНЕЙНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ**

Билинейные и квадратичные формы и их матрицы. Канонический вид квадратичных форм. Теорема инерции. Знакоопределённые квадратичные формы и их связь с задачами оптимизации функций многих переменных. Критерий Сильвестра положительной определённости квадратичных форм. Критерий главных миноров.

## **ТЕМА 9. ЕВКЛИДОВЫ ПРОСТРАНСТВА**

Скалярное произведение и его свойства. Длина вектора, угол между векторами, расстояние между ними. Неравенство Коши — Буняковского и неравенство треугольника. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации. Ортогональные дополнения к подпространствам и их свойства. Теорема о проекции. Расстояние между линейными многообразиями. Общий перпендикуляр к двум линейным многообразиям. Несовместные системы линейных уравнений и метод наименьших квадратов. Псевдорешения. Использование метода наименьших квадратов для обработки данных в экономике.

## **ТЕМА 10. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И ИХ МАТРИЦЫ. ПЕРЕХОД К НОВОМУ БАЗИСУ**

Линейные операторы и их матрицы. Матрица перехода к новому базису. Изменение координат вектора при переходе к новому базису. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. невырожденные линейные операторы. Эквивалентные определения. Обратный оператор. Образ и ядро линейного оператора.

## **ТЕМА 11. СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА**

Инвариантные подпространства и собственные векторы. Характеристический многочлен. Алгебраическая и геометрическая кратность корней характеристического многочлена. Свойства собственных векторов. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду невырожденным линейным преобразованием.

## **ТЕМА 12. МАТРИЦЫ С НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ**

Свойства матриц с неотрицательными элементами. Теоремы Перрона и Фробениуса и их применение в экономике.

## **ТЕМА 13. НЕКОТОРЫЕ СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВИДЫ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ**

Симметрические линейные операторы и их свойства. Эрмитовы линейные операторы и их свойства. Ортогональные линейные операторы и их свойства. Приведение матрицы симметрического линейного оператора к диагональному виду ортогональным преобразованием.

## **ТЕМА 14. ПРИВЕДЕНИЕ КВАДРАТИЧНОЙ ФОРМЫ К ГЛАВНЫМ ОСЯМ**

Преобразование матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. (Приведение к главным осям). Приведение к каноническому виду пары квадратичных форм.

## **ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ ПО ЭТОЙ ЧАСТИ ЭКЗАМЕНА**

1. Белоусов Е.Г., Курош Н.А. Линейная алгебра: операции с множествами. М.: ТЭИС, 2003.
2. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия, М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2007.
3. Ким Г.Д., Крицков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Теоремы и задачи. Т.1-2. Москва, Планета Знаний, 2007.
4. Кострикин И.А., Сенченко Д.В., Слепак Б.Э., Черемных Ю.Н. Линейная алгебра. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990.
5. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. СПб.: Лань, 2010.
6. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. СПб.: Лань, 2011.

## ЧАСТЬ II. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

### ТЕМА 1. ВВЕДЕНИЕ

Задача максимизации прибыли фирмы. Примеры производственных функций. Обзор основных положений теории функции одной и нескольких переменных. Производная функции одной переменной. Ее геометрическая интерпретация и ее свойства. Производная сложной и обратной функции. Понятие эластичности. Понятие множества (линии) уровня функции двух переменных. Карта множеств уровней функции двух переменных. Частные производные функции двух (нескольких) переменных и их геометрическая интерпретация. Градиент и его геометрическая интерпретация. Взаимное расположение линии уровня функции двух переменных и ее градиента. Экономические примеры (функции спроса и предложения, производственная функция, функция полезности, функция издержек, линия безразличия, изокванта, изокоста). Производная векторной функции скалярного аргумента. Производная неявной функции. Понятие об экстремуме функции одной переменной. Абсолютный и условный экстремумы функции двух (нескольких) переменных и их использование для решения экономических задач.

### ТЕМА 2. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И ОТОБРАЖЕНИЙ (ФУНКЦИЙ)

Понятие множества и подмножества. Пустое множество. Множество всех подмножеств множества. Операции над множествами. Декартово произведение (прямое произведение) множеств. Отношение, бинарное отношение. Соответствие. Взаимно однозначное соответствие. Эквивалентные множества, счетные и несчетные множества. Примеры. Понятие отображения (функции), его области определения и области значений. Неподвижная точка отображения. Обратимое и обратное отображения. Композиция отображений. Примеры отображений (скалярные и векторные функции одной и нескольких переменных, точечно-множественные отображения и их геометрическая интерпретация). Использование частного квантора и квантора общности.

### ТЕМА 3. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ИХ МНОЖЕСТВА

Множество всех действительных чисел и множество всех точек числовой прямой, эквивалентность этих множеств. Свойства действительных чисел. Свойство непрерывности. Множество действительных чисел (точечное множество на числовой прямой). Понятия  $\varepsilon$ -окрестности действительного числа (точки),  $\varepsilon$ -окрестности с выколотым центром. Понятия внутренней точки точечного множества на числовой прямой и открытого множества. Понятия граничной точки точечного множества на числовой прямой, границы и замкнутого множества. Взаимосвязь между открытыми и замкнутыми множествами на числовой прямой. Понятия предельной и изолированной точки точечного множества на числовой прямой. Производное множество, замыкание множества. Множества плотные в себе, совершенные и замкнутые. Множество мажорант и минорант множества действительных чисел. Ограниченные (сверху, снизу) и неограниченные (сверху, снизу) множества. Наибольший (наименьший) элемент множества. Верхняя (нижняя) грань множества. Рабочее определение верхней (нижней) грани. Теорема о существовании верхней (нижней) грани множества, ограниченного сверху (снизу).

### ТЕМА 4. ПРЕДЕЛ ЧИСЛОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Понятие функции натурального аргумента (числовой последовательности), предела последовательности. Единственность предела последовательности. Примеры сходящихся и расходящихся последовательностей. Понятие бесконечно малой последовательности. Связь понятий предела и бесконечно малой. Бесконечно большие последовательности, их связь с бесконечно малыми. Теорема о сравнении бесконечно малых последовательностей. Теорема о сумме бесконечно малых последовательностей. Понятие ограниченной последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности. Теорема о произведении бесконечно малой последовательности на ограниченную, следствия из нее. Лемма об устойчивости знака (слабый и сильный варианты). Пределы последовательностей  $\sqrt[n]{n}$ ,  $n^k q^n$ ,  $a^n/n!$ . Теорема о пределе суммы, произведения, отношения двух

последовательностей. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах. Теорема Вейерштрасса о сходимости монотонной ограниченной последовательности. Примеры применения, доказательство сходимости последовательности  $(1 + \frac{1}{n})^n$ . Понятие о числе « $\epsilon$ ». Лемма о стягивающихся отрезках. Понятие предельной точки (частичного предела) последовательности. Лемма о предельной точке и теорема Больцано-Вейерштрасса об ограниченной последовательности.

Понятие фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.

### **ТЕМА 5. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ**

Понятие предела функции. Конечный и бесконечный предел функции одной переменной (по Коши, по Гейне, односторонние и двусторонние пределы). Различные варианты пределов. Единственность предела. Бесконечно большие функции. Бесконечно малые функции. Связь понятий предела и бесконечно малой. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями. Теорема сравнения бесконечно малых. Теорема о сумме бесконечно малых функций. Ограниченные функции, локально ограниченные функции. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Теорема о произведении бесконечно малой функции на локально ограниченную: следствия из неё. Лемма об устойчивости знака функции (слабый и сильный варианты). Предел суммы, произведения, отношения двух функций. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах. Теорема «о двух милиционерах». Теоремы о предельном переходе в сложной функции. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.

Эквивалентные функции. Теорема о замене функций на эквивалентные в произведении и отношении (при вычислении пределов). Символ  $o$ -малое, его свойства. Необходимое и достаточное условие эквивалентности двух функций. Использование символа  $o$ -малое при вычислении пределов. Понятие о правиле Лопиталья вычисления пределов. Понятие о формуле Маклорена, формулы Маклорена для основных элементарных функций, их использование при вычислении пределов.

Понятие асимптоты. Определение параметров наклонной асимптоты.

### **ТЕМА 6. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций. Непрерывность сложной функции.

Верхняя (нижняя) грань, глобальный максимум (минимум) функции в ее области определения. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса о непрерывной на отрезке функции. Теорема Больцано — Коши о промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции у функции, строго возрастающей (строго убывающей) и непрерывной в промежутке (на отрезке).

Понятие равномерной непрерывности функции одной переменной в ее области определения. Теорема Кантора.

### **ТЕМА 7. ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ. ПОНЯТИЕ ЭЛАСТИЧНОСТИ**

Понятие конечной (бесконечной) производной функции одной переменной. Функции, не имеющие ни конечной, ни бесконечной производной. Геометрическая и механическая интерпретации производной. Уравнение вертикальной и неvertикальной касательной. Предельная полезность продукта и предельная производительность ресурса. Эластичность функции и ее геометрическая интерпретация.

Понятие дифференцируемой функции и дифференциала функции одной переменной. Геометрическая интерпретация дифференциала. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной. Понятие о примере Б.Л.Ван-дер-Вардена. Производная суммы, произведения, дроби, сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Свойства дифференциала.

Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства. Неинвариантность формы дифференциалов высших порядков.

## **ТЕМА 8. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ О ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЯХ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ**

Экстремум функции. Необходимое условие (первого порядка) внутреннего локального экстремума. Теорема Ролля, ее геометрический смысл. Теорема Лагранжа о конечном приращении, ее геометрический смысл. Теорема Коши. Правило Лопиталю: доказательство для случая  $\left(\frac{0}{0}\right)$ . Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Пеано. Формула Тейлора с остаточным членом в Лагранжа и Коши. Запись формулы Тейлора через дифференциалы. Использование формулы Маклорена для приближенных вычислений. Необходимые и достаточные условия монотонности функции на интервале. Необходимое условие экстремума второго порядка. Три достаточных условия экстремума функции одной переменной.

Вертикальные и неvertикальные асимптоты графика функции одной переменной. Анализ функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика.

Решение задачи максимизации прибыли фирмы в терминах объема выпускаемой продукции, а также в случае одного ресурса.

Понятие о методах приближенного вычисления корней функций одной переменной.

## **ТЕМА 9. ВЫПУКЛЫЕ ФУНКЦИИ**

Понятие выпуклого множества. Выпуклость функции (строгая и нестрогая). Геометрическое определение с помощью хорд и его перевод на язык неравенств. Определение выпуклости с помощью касательной. Необходимые и достаточные условия выпуклости. Необходимые и достаточные условия выпуклости дважды дифференцируемой функции. Понятие точки перегиба. Необходимые и достаточные условия точки перегиба.

## **ТЕМА 10. МНОЖЕСТВА ТОЧЕК И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ В N-МЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

Множество всех  $n$ -мерных векторов (точек). Длина вектора, расстояние между точками; неравенство треугольника. Понятие окрестности. Множества связные, несвязные, ограниченные, неограниченные. Понятие области. Понятие направления в точке.

Последовательность векторов (точек) на плоскости и в  $n$ -мерном пространстве. Понятие ограниченной и неограниченной последовательности векторов (точек). Понятие о сходимости последовательности векторов (точек). Взаимосвязь с покомпонентной сходимостью. Лемма о предельном векторе (точке). Понятие подпоследовательности векторов (точек).

## **ТЕМА 11. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ (ФНП)**

Функции двух и нескольких переменных. Область определения и область изменения функции. Множество уровня. Ограниченные функции. Конечный (бесконечный) предел функции двух и нескольких переменных (по Коши и по Гейне). Бесконечно малые функции, их связь с понятием предела. Функции, не имеющие ни конечного, ни бесконечного предела. Арифметические операции над функциями, имеющими конечные пределы. Предел функции по направлению. Повторные пределы. Теорема о существовании повторного предела.

Непрерывность функции двух и нескольких переменных в точке и на множестве. Точки непрерывности и точки разрыва функции. Непрерывность функции в точке по направлению. Взаимосвязь между непрерывностью функции и ее непрерывностью по направлению. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Понятие равномерной непрерывности функции на множестве. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Теорема Больцано — Коши. Теорема Кантора.

## **ТЕМА 12. ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ**

Частные производные ФНП. Градиент. Дифференцируемость. Главная линейная часть приращения ФНП и остаточный член. Дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости.

Геометрическая интерпретация частных производных. Касательная плоскость к графику ФНП. Дифференцируемость сложных ФНП. Инвариантность формы дифференциала ФНП.

Однородные функции. Теорема Эйлера об однородных функциях и ее применение в экономической теории. Производная по направлению. Свойства градиента. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Достаточные условия равенства смешанных производных. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа (без доказательства).

## **ТЕМА 13. АБСОЛЮТНЫЙ ЭКСТРЕМУМ**

Экстремум ФНП (абсолютный, условный, локальный, глобальный). Необходимое условие (первого порядка) локального абсолютного экстремума. Квадратичные формы, знакоопределенность, характерные графики. Критерий Сильвестра (без доказательства). Необходимое условие экстремума второго порядка. Достаточное условие (второго порядка) локального абсолютного экстремума. Выпуклые и строго выпуклые функции. Элементы теории экстремума для выпуклой функции.

## **ТЕМА 14. ТЕОРИЯ НЕЯВНЫХ ФУНКЦИЙ И ЗАДАЧИ МИКРОЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

Понятие функции, заданной неявно. Примеры однозначного и неоднозначного локального решения уравнения  $f(x, y) = 0$ . Теорема о неявной функции для случая одного уравнения с двумя переменными (формулировка). Теоремы о существовании и гладкости неявных функций. Теорема о существовании и гладкости обратной функции как частный случай теоремы о неявной функции. Геометрическая и аналитическая интерпретации теоремы о неявной функции. Касательная к линии уровня функции. Линеаризация уравнения, приближенное решение нелинейного уравнения. Вычисление дифференциала неявной функции.

Функции спроса по Маршаллу и функции спроса по Хиксу в количественной теории полезности и в теории производства.

## **ТЕМА 15. УСЛОВНЫЙ ЭКСТРЕМУМ**

Постановка задачи условной оптимизации. Функция Лагранжа и множители Лагранжа для задачи на условный экстремум. Необходимое условие (первого порядка) локального условного экстремума. Исследование с помощью линий уровня и градиентов. Достаточное условие (второго порядка) локального условного экстремума. Теорема об огибающей, случаи безусловного и условного экстремума. Гомотетичные функции. Примеры. Свойства изоквант гомотетичных функций. Свойства множеств точек условного экстремума в задачах с гомотетичными функциями. Задача глобальной оптимизации. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.

## **ТЕМА 16. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ. ПРИМЕРЫ ПРОСТЕЙШИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ: С РАЗДЕЛЯЮЩИМИСЯ ПЕРЕМЕННЫМИ И ЛИНЕЙНЫХ**

Две леммы о функциях одной переменной, производные которых равны (в частности, нулю).

Понятие первообразной функции. Понятие неопределенного интеграла, его свойства. Таблицы неопределенных интегралов. Формулировка теоремы о существовании первообразной у непрерывной функции. Приемы интегрирования (табличное, разложением, заменой переменной и по частям).

Понятие о простейших обыкновенных дифференциальных уравнениях первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения.

## **ТЕМА 17. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

Интегральная сумма Римана, определенный интеграл и его геометрическая интерпретация. Необходимое условие интегрируемости функции по Риману. Свойства определенного интеграла

(связанные с подынтегральной функцией, с отрезком интегрирования). Определенный интеграл — линейный функционал. Теорема о среднем значении. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его производная по этому пределу. Вторая основная теорема интегрального исчисления (о существовании определенного интеграла у непрерывной функции). Формула Ньютона — Лейбница. Формулировка критерия интегрируемости. Примеры его применения. Интегрируемость непрерывной функции. Интегрируемость функции, монотонной на отрезке. Интегрируемость ограниченной функции, имеющей конечное число точек разрыва. Формулировка теоремы Лебега о необходимом и достаточном условии интегрируемости по Риману функции одной переменной. Замена переменной в определенном интеграле, ее геометрический смысл. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла. Применение определенного интеграла для вычисления площадей. Понятие о методах приближенного вычисления определенных интегралов (методы прямоугольников, трапеций и Симпсона).

### **ТЕМА 18. НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ**

Несобственные интегралы первого и второго рода и связь между ними. Критерий Коши для несобственных интегралов.

Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Примеры. Признаки сходимости и расходимости несобственных интегралов. Простейшие несобственные интегралы.

### **ТЕМА 19. ПОНЯТИЕ О КРАТНЫХ ИНТЕГРАЛАХ**

Понятие двойного интеграла и его геометрическая интерпретация. Свойства двойного интеграла, связанного с подынтегральной функцией и с областью интегрирования. Двойной интеграл — линейный функционал. Классы интегрируемых функций. Сведение двойного интеграла к повторному. Понятие о замене переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам.

## **ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ ПО ЭТОЙ ЧАСТИ ЭКЗАМЕНА**

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. 2 изд. М.: Высшая школа, 2000.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч. 1. М.: Наука, 1985 и последующие издания.
4. Количественные методы в экономических исследованиях. Под редакцией М.В. Грачевой, Л.Н. Фадеевой, Ю.Н. Черемных. М.: ЮНИТИ, 2004.
5. Математический анализ. Учебно-методическое пособие. / Под ред. Ю.Н. Черемных. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1991.
6. Кочергин А.В, Кострикин И.А. Математический анализ. Учебно-методическое пособие. М.: Экономический ф-т МГУ, 2011.
7. Кочергин А.В, Кострикин И.А. Методические материалы по курсу математического анализа (Интеграл и функции нескольких переменных). М.: Экономический ф-т МГУ, ТЕИС, 2009
8. Любкин А.А. Введение в математический анализ: Учебно-методическое пособие. М.: МАКС – Пресс, 2008.
9. Черемных Ю.Н., Дёмушкина О.И. Математический анализ: Учебно-методическое пособие: Часть 1. М.: МАКС – Пресс, 2010.
10. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.
11. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. М.: Издательство МГУ, 1988.

## ЧАСТЬ III. МИКРОЭКОНОМИКА

### ТЕМА 1. ПРЕДМЕТ И МЕТОД ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. БАЗОВЫЕ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ

Экономические ресурсы, их классификация. Ограниченность ресурсов и проблема выбора. Определение предмета экономической теории. Микро- и макроэкономика как разделы экономической теории. Позитивная и нормативная экономическая теория. Место экономической теории в системе общественных наук. Метод экономической теории.

Производственные возможности общества. Кривая производственных возможностей. Альтернативная стоимость благ. Принцип рационального поведения.

### ТЕМА 2. СПРОС И ПРЕДЛОЖЕНИЕ. ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

Спрос и величина спроса. Неценовые детерминанты спроса. Взаимозаменяемые и взаимодополняемые блага. Индивидуальный и рыночный спрос. Теория поведения потребителей и спрос. Общая и предельная полезность. Принцип максимизации полезности. Оптимум потребителя. Предельная полезность и спрос. Предложение и величина предложения. Неценовые детерминанты предложения.

Рыночное равновесие. Устойчивость рыночного равновесия по Л.Вальрасу и А.Маршаллу. Паутинообразная модель. Изменения равновесной цены и равновесного количества при изменении спроса и предложения. Потребительский излишек. Излишек производителя. Совокупный излишек.

Понятие эластичности. Ценовая эластичность спроса. Коэффициенты ценовой эластичности. Точечная и дуговая эластичность. Эластичный, неэластичный спрос и единичная эластичность спроса. Геометрическая интерпретация коэффициентов ценовой эластичности спроса. Эластичность спроса и выручка продавцов. Факторы, воздействующие на ценовую эластичность спроса. Перекрестная эластичность спроса. Эластичность спроса по доходу. Практическая значимость концепции эластичности спроса. Ценовая эластичность предложения и факторы ее определяющие. Геометрическая интерпретация коэффициента ценовой эластичности предложения.

Сравнительный анализ влияния на равновесие конкурентной фирмы и отрасли, благосостояние потребителей, производителей и общества в целом, налогов и субсидий (потоварных и аккордных), цен «пола» и цен «потолка», импортных пошлин и квот.

### ТЕМА 3. ПРОИЗВОДСТВО И ИЗДЕРЖКИ

Фирма: природа, цели, организационные структуры. Типы деловых фирм: индивидуальные, партнерские, корпоративные.

Процесс производства и факторы производства. Понятие производственной функции. Краткосрочный и долгосрочный периоды в микроэкономике. Производство в коротком периоде. Постоянные и переменные факторы производства. Закон убывающей предельной производительности. Общий, средний и предельный продукты, взаимосвязь между ними. Производство в долгосрочном периоде. Масштаб производства. Типы отдачи от масштаба.

Экономические и бухгалтерские издержки, общая выручка и прибыль. Практическая значимость концепции экономических издержек. Задача максимизации прибыли. Издержки в коротком периоде. Постоянные и переменные издержки. Общие, средние и предельные издержки. Взаимосвязь между предельными и средними издержками. Издержки в долгосрочном периоде.

### ТЕМА 4. СОВЕРШЕННАЯ И НЕСОВЕРШЕННАЯ КОНКУРЕНЦИЯ

Понятие рыночной структуры и ее ключевые признаки. Классификация рыночных структур. Признаки совершенной конкуренции. Максимизация прибыли и определение оптимального объема выпуска конкурентной фирмой. Предельный доход и предельная прибыль.

Предложение конкурентной фирмы в краткосрочном периоде (функция и кривая краткосрочного предложения). Долгосрочное предложение конкурентной фирмы. Долгосрочное равновесие на рынках совершенной конкуренции.



Типы несовершенной конкуренции. Признаки и условия существования монополии. Определение цены и объема продаж монополистом. Предельный доход и прибыль монополиста. Монопольная власть и ее измерение. Социальные издержки монополизации. Необходимость и основные принципы антимонопольной (конкурентной) политики. Регулирование монополии и экономическая эффективность: влияние «потолка» цены, потоварных и аккордных налогов и субсидий, налога на прибыль.

Естественная монополия и ее регулирование. Монополистическая конкуренция, ее признаки. Определение цены и объема продаж монополистическим конкурентом в коротком и длительном периодах. Неценовая конкуренция. Эффективность монополистической конкуренции как рыночной структуры. Определение, признаки и виды олигополии. Стратегическое поведение. Простейшие модели олигополии.

### **ТЕМА 5. РЫНКИ ФАКТОРОВ ПРОИЗВОДСТВА**

Спрос на факторы. Предельный продукт фактора в денежном выражении. Предельные издержки на фактор. Спрос на ресурсы в условиях совершенной и несовершенной конкуренции. Факторы спроса на ресурсы. Оптимальная комбинация факторов производства. Теория предельной производительности и распределение доходов.

Рынок труда. Реальная и номинальная заработная плата. Спрос, предложение и равновесие на рынке труда в условиях совершенной конкуренции. Монополия, ее признаки. Модель монополии. Роль профсоюзов на рынке труда. Двусторонняя монополия. Дифференциация ставок заработной платы.

Теория человеческого капитала. Рынок природных ресурсов, особенности предложения. Земельная рента, цена земли. Частная и государственная собственность на землю: социально-экономические аспекты проблемы.

### **ТЕМА 6. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭКОНОМИКИ БЛАГОСОСТОЯНИЯ, ВНЕШНИЕ ЭФФЕКТЫ И ОБЩЕСТВЕННЫЕ БЛАГА**

Неединственность цен рыночного равновесия и эффективного распределения ресурсов. Связь социального и экономического оптимумов. Разновидности внешних эффектов и провалы рынка: последствия отрицательных и положительных внешних эффектов в производстве и в потреблении.

Внешние эффекты и регулирование: корректирующие налоги и субсидии Пигу; стандарты загрязнения и плата за загрязнение; рынок прав на загрязнение. «Стихийное» реагирование на наличие внешних эффектов: теорема Коуза.

Неконкурентность (неделимость) в потреблении и неприсвоаемость (неисключаемость из потребления) как характеристики общественного блага. Типология благ. Неконкурентность в потреблении как критерий «общественности» блага. Разновидности общественных благ. Условие эффективного предоставления общественного блага.

### **ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ ПО ЭТОЙ ЧАСТИ ЭКЗАМЕНА**

1. Макконнелл К.Р., Брю С.Л. Экономикс. М.: ИНФРА-М, 2007.
2. Методическое пособие для преподавателей и студентов. Под ред. Рудаковой И.Е., Никитиной Н.И. 2-е изд. М.: ТЕИС, 2006.
3. Экономическая теория. Вводный курс. Микроэкономика. Под ред. И.Е. Рудаковой. М.: ИНФРА-М, 2008.

## ТЕМА 1. ВВЕДЕНИЕ В МАКРОЭКОНОМИКУ

### *1.1. Макроэкономика как раздел экономической теории*

Микроэкономика и макроэкономика. Предмет макроэкономики. Методы макроэкономического анализа. Ключевые понятия и показатели в макроэкономике. Кругооборот благ и ресурсов, доходов и расходов. Потоки и запасы. Утечки и инъекции. Современные научные направления в макроэкономике.

### *1.2. Валовой внутренний продукт и способы его измерения*

Система национальных счетов. Методы расчета ВВП: по добавленной стоимости (производственный метод), по расходам (метод конечного использования), по доходам (распределительный метод). Конечная и промежуточная продукция. Проблема двойного счета.

ВВП и ВНД. Другие показатели системы национальных счетов. Основные макроэкономические тождества. Номинальные и реальные макроэкономические показатели. Дефлятор ВВП. Индекс потребительских цен. ВВП и общественное благосостояние. Теневая экономика.

### *1.3. Деловой цикл и экономический рост. Макроэкономическая нестабильность: инфляция и безработица*

Фазы делового цикла. Причины циклических колебаний. Потенциальный и фактический ВВП. Экономический рост. Факторы и источники экономического роста.

Рынок труда. Занятые и безработные. Формы безработицы. Естественный уровень безработицы. Издержки безработицы. Закон Оукена.

Понятие инфляции. Уровень инфляции. Виды инфляции. Издержки инфляции. Взаимосвязь инфляции и безработицы. Кривая Филлипса.

### *1.4. Деньги и банки. Предложение денег и спрос на деньги. Кредитно-денежная политика*

Сущность, функции и виды денег. Агрегаты денежной массы. Денежная база и денежная масса. Центральный банк и его функции. Банковская система. Процесс создания денег: роль Центрального банка и коммерческих банков. Спрос на деньги. Транзакционная теория спроса на деньги. Портфельная теория спроса на деньги. Денежный рынок. Контроль над денежной массой. Цели и инструменты кредитно-денежной политики.

### *1.5. Государственный сектор. Бюджетный дефицит и государственный долг. Бюджетно-налоговая политика*

Роль государства в рыночной экономике. Государственные закупки и правительственные расходы. Налоги и социальные выплаты. Государственный бюджет и его структура. Доходы и расходы государства. Бюджетный дефицит.

Способы финансирования бюджетного дефицита. Государственный долг и пределы его роста. Внутренний и внешний государственный долг. Цели и инструменты бюджетно-налоговой политики.

## ТЕМА 2. ЭКОНОМИКА В ДОЛГОСРОЧНОМ ПЕРИОДЕ

### *2.1. Совокупная производительность факторов и экономический рост*

Расчет показателей экономического роста. Границы и качество роста. Источники экономического роста. Производственная функция. Совокупная производительность факторов. Научно-технический прогресс и экономический рост.

Модели экономического роста. Экзогенный и эндогенный рост. Экономический рост и экономическое развитие. Модель экономического роста Р.Солоу. Остаток Солоу.

### *2.2. Открытая экономика. Платежный баланс и валютный курс*

Закрытая и открытая экономика. Кругооборот доходов и расходов в открытой экономике. Платежный баланс и его структура. Взаимосвязь счетов платежного баланса. Макроэкономическая роль платежного баланса.

Валютный рынок. Спрос и предложение валюты. Равновесный валютный курс. Номинальный и реальный валютный курс. Паритет покупательной способности. Макроэкономическая политика в открытой экономике.

### **2.3. Открытая экономика. Теория внешней торговли**

Теория сравнительных преимуществ Д.Риккардо. Абсолютное преимущество. Относительное преимущество. Теория Хекшера — Олина. Парадокс Леонтьева. Выигрыш от внешней торговли.

## **ТЕМА 3. ЭКОНОМИКА В СРЕДНЕСРОЧНОМ ПЕРИОДЕ**

Совокупный спрос. Эффекты процентной ставки, богатства, импортных закупок. Ценовые и неценовые факторы совокупного спроса. Совокупное предложение. Ценовые и неценовые факторы совокупного предложения. Неоклассическая интерпретация совокупного предложения. Крайняя и основная версии кейнсианской интерпретации совокупного предложения.

Краткосрочное, среднесрочное и долгосрочное макроэкономическое равновесие. Причины и последствия шоков совокупного спроса и совокупного предложения. Макроэкономическая политика в модели AD–AS.

## **ТЕМА 4. ЭКОНОМИКА В КРАТКОСРОЧНОМ ПЕРИОДЕ**

### **4.1. Совокупный спрос и равновесный выпуск в краткосрочном периоде**

Функция потребления Кейнса. Автономное потребление. Предельная и средняя склонность к потреблению. Функция сбережений. Функция инвестиционного спроса. Предельная эффективность капитала. Модель кейнсианского креста. Рецессионный и инфляционный разрывы. Мультипликатор автономных расходов.

Дискреционная фискальная политика и ее основные инструменты. Недискреционная фискальная политика. Встроенные стабилизаторы. Дефицит бюджета как инструмент бюджетно-налоговой политики. Фактический бюджетный дефицит. Бюджетный дефицит при полной занятости. Мультипликатор сбалансированного бюджета.

### **4.2. Модель IS–LM**

Алгебраический вывод, графическое построение, сдвиги и наклон кривой IS. Алгебраический вывод, графическое построение, сдвиги и наклон кривой LM. Совместное равновесие на рынках благ и денег (графическая и алгебраическая интерпретации). Восстановление нарушенного равновесия в модели IS–LM. Модель IS–LM и кривая совокупного спроса AD.

Бюджетно-налоговая политика в модели IS–LM. Эффект вытеснения инвестиций. Денежно-кредитная политика в модели IS–LM. Дискреционная и недискреционная денежно-кредитная политика. Сравнительная эффективность фискальной и монетарной политики. Инвестиционная и ликвидная ловушки. Координация фискальной и монетарной политики.

### **4.3. Кейнсианские модели экономического роста**

Модель экономического роста Е.Домара. Фактический темп прироста совокупного выпуска. Темп прироста совокупного спроса. Равновесный темп экономического роста. Модель экономического роста Р.Харрода. Фактический темп роста совокупного выпуска. Гарантированный темп роста совокупного выпуска. Естественный темп роста совокупного выпуска.

## **ТЕМА 5. ФИНАНСОВАЯ СИСТЕМА**

Понятие финансовых рынков. Рынок облигаций. Фондовый рынок. Валютный рынок. Ставки процента в коротком и долгом периодах. Принцип арбитража. Виды ценных бумаг. Цены и доходность. Текущая дисконтированная стоимость. Доходность к погашению. Акции. Динамика цен на акции. Валютный курс и ставка процента.

## **ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ ПО ЭТОЙ ЧАСТИ ЭКЗАМЕНА**

1. Никифоров А.А., Антипина О.А., Миклашевская Н.А. Макроэкономика: научные школы, концепции, экономическая политика. — М.: Издательство «Дело и Сервис», 2010.

2. Макроэкономика. Учебник. — под ред. К.А. Хубиева — М.: ТЕИС, 2004.
3. Мэнкью Н.Г. Макроэкономика. М., Изд-во МГУ. 1994.
4. Дорнбуш Р., Фишер С. Макроэкономика. М.: ИНФРА, 1997