**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА**

**ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

«УТВЕРЖДАЮ»

|  |
| --- |
| Декан экономического факультета |
| \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ проф. А.А. Аузан/ |

**(подпись)**

**«\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2019 г**.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ**

**«теория вероятностей и математическая статистика»**

**Москва – 2019 год**

**1. Наименование дисциплины:**

Авторы программы: Артамонов Дмитрий Вячеславович

e-mail: artamonov.dmitri@gmail.com

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: Менеджмент

Язык преподавания дисциплины: русский

**2. Статус и место дисциплины в структуре основной образовательной программы подготовки бакалавра (данные берутся из учебного плана)**

Статус дисциплины: обязательная

Семестр: 3 семестр

**3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Дисциплина обеспечивает формирование следующих компетенций и результатов обучения:

|  |  |
| --- | --- |
| **Формируемые компетенции** | **Результаты обучения по дисциплине** |
| гибкость и адаптивность*(способность работать в условиях неопределённости)* | 1.Знание: определения и свойства основных объектов вероятностного пространства случайных событий;2.Умение (навыки) решать вероятностно-статистические задачи вычислительного и аналитического характера в области экономических приложений; |
| организованность *(организация собственного процесса работы)* | 1.Знание: Основные принципы организации обучения.2.Умение (навыки) устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые; |
| стратегическая и операционная деятельность | 1.Знание основные численные характеристики случайных величин, их применение для описания риске2.Умение (навыки) оценить возможный риск принятого решения |
| финансовая деятельность | 1.Знание: законы распределения случайных величин, их свойства и области применения;2.Умение (навыки) проверить гипотезу о предполагаемом законе распределения и спрогнозировать результат принятого решения; |
| создание информационных систем *(программирование, моделирование)* | 1.Знание методы описания взаимосвязей между несколькими величинами2.Умение (навыки) оценить стабильность результатов, проверив состоятельность и эффективность этих оценок;  |
| управление информацией *(анализ и обработка данных)* | 1.Знание:  -точечные и интервальные оценки параметров законов распределения; - методы проверки гипотез о параметрах и законах распределения случайных величин;2.Умение (навыки) по статистическим данным построить точечную или интервальную оценку значения исследуемого экономического показателя  |

1. **ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ ПО ВИДАМ РАБОТ**

Объем дисциплины составляет \_4\_ зачётные единицы, \_144\_академических часа, из которых, \_\_68\_\_ академических часов составляет контактная работа, \_\_\_76\_\_\_ академических часов составляет самостоятельная работа студента.

|  |  |
| --- | --- |
| **Название темы**  | **Трудоёмкость (в академических часах) по видам работ** |
| Всегочасов | Контактная работа, часы | Самостоятельная работа студента, часы |
| Всего часов контактной работы | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа |
| **Тема 1. Элементы комбинаторики. Дискретное вероятностное пространство. Случайные события.** | 16 | 8 | 4 | 4 | 8 |
| **Тема 2. Условная вероятность**. | 16 | 8 | 4 | 4 | 8 |
| **Тема 3. Испытания Бернулли**. | 16 | 8 | 4 | 4 | 8 |
| **Тема 4. Случайная величина, её законы распределения и числовые характеристики.** | 26 | 14 | 6 | 8 | 12 |
| **Контрольная работа 1** | 8 | 2 | 2 |  | 6 |
| **Тема 5. Выборочные числовые характеристики. Методы построения оценок.** | 24 | 12 | 6 | 6 | 12 |
| **Тема 6. Основные распределения, возникающие в математической статистике** | 8 | 4 | 2 | 2 | 4 |
| **Тема 7. Доверительные интервалы, проверка статистических гипотез.** | 22 | 10 | 4 | 6 | 12 |
| **Контрольная работа 2** | 8 | 2 | 2 |  | 6 |
| **Всего часов** | **144** | **68** | **34** | **34** | **76** |
|  |  |  |  |  |  |

1. **СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЙ**

*.*

**Тема 1. Элементы комбинаторики. Дискретное вероятностное пространство. Случайные события (16 часов).**

**Содержание темы:** Элементы комбинаторика. Понятие дискретного пространства случайных событий.  Вероятность события. Классическая вероятностная модель. Элементы комбинаторного анализа. "Урновые" схемы. Примеры непрерывных вероятностных пространств. Геометрическая вероятность.

**Формы проведения занятий (контактной работы): лекции, семинары**

**Формы самостоятельной работы: решение задач**

**Тема 2. Условная вероятность (16 часов).**.

**Содержание темы:** Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности и формула Байеса.

**Формы проведения занятий (контактной работы): лекции, семинары**

**Формы самостоятельной работы: решение задач (учебник [1] из основного списка литературы)**

**Тема 3. Испытания Бернулли (16 часов).**.

**Содержание темы:** Теорема Бернулли. Наивероятнейшее число успехов. Теорема Муавра-Лапласа

**Формы проведения занятий (контактной работы): лекции, семинары**

**Формы самостоятельной работы: решение задач (учебник [1] из основного списка литературы)**

**Тема 4. Случайная величина, её числовые характеристики и законы распределения (26 часов).**.

**Содержание темы:** Дискретная случайная величина, ее законы распределения вероятностей.  Примеры законов распределения дискретных случайных величин: биномиальный, Пуассона, геометрический. Функция распределения дискретной случайной величины и её свойства. Основные числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия).

Непрерывная случайная величина и её закон распределения вероятностей: функция распределения, функция плотности вероятностей и их свойства. Основные числовые характеристики непрерывных случайных величин. Основные законы распределения непрерывных случайных величин: равномерный, экспоненциальный.

Двумерный случайный вектор (в дискретном и абсолютно непрерывном случаях)

 Ковариация, коэффициент корреляции и их свойства (задачи - только для дискретного случая).

Нормальный (гауссовский) закон распределения вероятностей. Центральная предельная теорема

**Формы проведения занятий (контактной работы): лекции, семинары**

**Формы самостоятельной работы: решение задач (учебник [1] из основного списка литературы)**

**Тема 5. Выборочные числовые характеристики. Методы построения оценок (24 часа).**

**Содержание темы:** Исследование поведения  основных выборочных характеристик (выборочного среднего значения, выборочной дисперсии, выборочных моментов): сходимость по вероятности к соответствующим теоретическим характеристикам, характер их вероятностного распределения при больших и малых объемах выборок, асимптотическая нормальность.

Точечные оценки параметров законов распределения и их свойства (несмещенность, состоятельность, эффективность).

Основные методы построения точечных оценок: метод максимального правдоподобия, метод моментов.

**Формы проведения занятий (контактной работы): лекции, семинары**

**Формы самостоятельной работы: решение задач (учебник [1] из основного списка литературы)**

**Тема 6. Основные распределения, возникающие в математической статистике (8 часов).**

**Содержание темы:** Распределения хи-квадрат Пирсона, Стьюдента, Фишера.

**Формы проведения занятий (контактной работы): лекции, семинары**

**Формы самостоятельной работы: решение задач (учебник [1] из основного списка литературы)**

**Тема 7. Доверительные интервалы, проверка статистических гипотез (22 часа).**

**Содержание темы:** Построение интервальных оценок: доверительный интервал и доверительная вероятность. Примеры построения доверительных интервалов для неизвестных параметров законов распределения.

Общая схема построения статистического критерия.. Ошибки первого и второго рода, мощность критерия. Критерий отношения правдоподобия. Проверка гипотез о значениях неизвестных параметров нормального распределния для одной выборки и для двух выборок.

**Формы проведения занятий (контактной работы): лекции, семинары**

**Формы самостоятельной работы: решение задач (учебник [1] из основного списка литературы)**

1. **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Основная литература:**

1. Лебедев А. В., Фадеева Л. Н. Теория вероятностей и математическая статистика (4-е издание). — Москва, 2018.
2. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика в задачах и упражнениях, М.ЮНИТИ, 2001.
3. Малугин В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры. — Юрайт Москва, 2018. — 470 с.

**Дополнительная литература:**

1. Математические и инструментальные методы в современных экономических исследованиях / М. В. Грачева, Е. А. Туманова, Н. Л. Шагас и др. — Экономический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова Москва, 2018. — 176 с
2. *Лагутин М. Б.* Наглядная математическая статистика. — БИНОМ. Лаборатория знаний Москва, 2013. — 472 с

**Интернет-ресурсы:**

1. http://on.econ.msu.ru – страница курса, где будут выкладываться календарный план, бально-рейтинговая система, необходимые материалы для проведения семинарских занятий и подготовки к контрольным, информация о текущей успеваемости.
2. http://new.math.msu.su/department/probab/staff/alebedev.html - страница А.В. Лебедева, на которой выложен задачник [1] из списка основной литературы
3. **ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ КОНТАКТНОЙ И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ (учебно-методическое обеспечение)**

**Первая микроконтрольная**

1. Найти вероятность того, что в восьмизначном числе ровно три цифры совпадают, а остальные различные (считаем, что числа могут начинаться с нуля).
2. Фирма нарушает закон с вероятностью 0,25. Аудитор обнаруживает нарушения с вероятностью 0,75. Проведенная им проверка не выявила нарушений. Найти вероятность, что они на самом деле есть.

**Первая письменная контрольная**

1. С конвейера поступило 120 деталей. В среднем доля брака составляет 2,5%. Найти вероятность, что всего поступило не более 3 бракованных деталей.
2. Посетитель магазина совершает покупку с вероятностью 0,5. Какова вероятность, что из 900 посетителей сделают покупки от 420 до 470 человек?
3. Совместное распределение случайных величин x и h задан таблицей

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x \h | -1 | 1 | 2 |
| 0 | 1/7 | 2/7 | 1/7 |
| 1 | 1/7 | 1/7 | 1/7 |

Найти cov(x, h). Зависимы ли эти случайные величины?

1. Случайные приращения цен акций двух компаний за день имеют дисперсии Dξ=4 и Dη=9, а их коэффициент корреляции 0,5. В каких долях следует разделить капитал при вложении в акции, чтобы минимизировать риск?
2. Плотность случайной величины равна C(x+2) при x принадлежащих отрезку [1,3]. Найдите математическое ожидание этой случайной величины

**Вторая микроконтрольная**

1. Найдите оценку методом моментов для вероятности успеха для биномиального распределения.
2. Ежедневный спрос на некоторый товар имеет равномерное распределение на отрезке [*a*,*b*]. За период наблюдения спрос составил в среднем 158 кг с исправленной выборочной дисперсией 588 кг2. С помощью метода моментов оценить, сколько потребуется товара, чтобы удовлетворить ежедневный спрос с вероятностью 90%.

**Вторая письменная контрольная**

1. Сформулировать свойства эффективности оценок
2. Проверьте, что исправленная выборочная дисперсия – несмещённая оценка теоретической дисперсии.
3. За последние 10 лет годовой рост цены актива составлял в среднем 8% с выборочным средним квадратическим отклонением 2%. Найти доверительный интервал с надежностью 95% для цены актива в конце года, если в начале года она равна 150 денежным единицам. Использовать нормальное приближение.
4. Фирма разослала 400 рекламных каталогов и получила 80 заказов. Можно ли утверждать на уровне значимости 5%, что эффективность рекламы возросла, если раньше она составляла 15%?
5. В городах Бусино и Гусино проведены выборочные обследования доходов жителей. По выборкам из 100 человек получено, что в Бусино средний доход 27530 рублей с выборочным средним квадратическим отклонением 240 рублей, в Гусино средний доход 27490 рублей с выборочным средним квадратическим отклонением 180 рублей. Можно ли утверждать на уровне значимости 5%, что в Бусино живут в среднем богаче, чем в Гусино?

**Экзамен.**

1. Дайте определения функции распределения и сформулируйте ее основные свойства. Нарисуйте график.
2. Приведите формулу для плотности нормального распределения, нарисуйте график
3. Фирма делает скидку (в процентах), равную сумме двух последних цифр

паспорта заказчика. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение стоимости заказа, если его стоимость без скидки 1000 руб.

1. Найти оценку методом моментов для параметра α распределения вида F(x)=x3(1+xα)/2, 0≤x≤1, α>0.
2. **БАЛЛЬНАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ**

Максимальные значения баллов, которые студент может получить за выполнение формы проверки знаний (текущая и промежуточная аттестация):

|  |  |
| --- | --- |
| **Формы текущей и промежуточной аттестации** | **Баллы** |
| **Микроконтрольная по темам 1-2** | 20 |
| **Контрольная работа 1** | 60 |
| **Микроконтрольная по теме 5** | 20 |
| **Контрольная работа 2** | 60 |
| **Экзамен** | 40 |

Оценка по курсу выставляется, исходя из следующих критериев:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Оценка** | **Минимальное количество баллов** | **Максимальное количество баллов** |
| *Отлично*  | ≥ 170 | < 200 |
| *Хорошо*  | ≥ 130 | < 170 |
| *Удовлетворительно*  | ≥ 80 | < 130 |
| *Неудовлетворительно*  | 0 | < 80 |

1. **МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для организации занятий по дисциплине необходимы следующиетехнические средства обучения**:**

* *мультимедийный класс с рабочими столами (для лекция)*
* *проектор (для лекция)*
* *доска с маркерами (для семинарских занятий)*

**Авторы программы: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

*(подпись, расшифровка подписи)*