Экономический
факультет
МГУ
имени
М.В. Ломоносова

Применение метода Монте-Карло в экономике

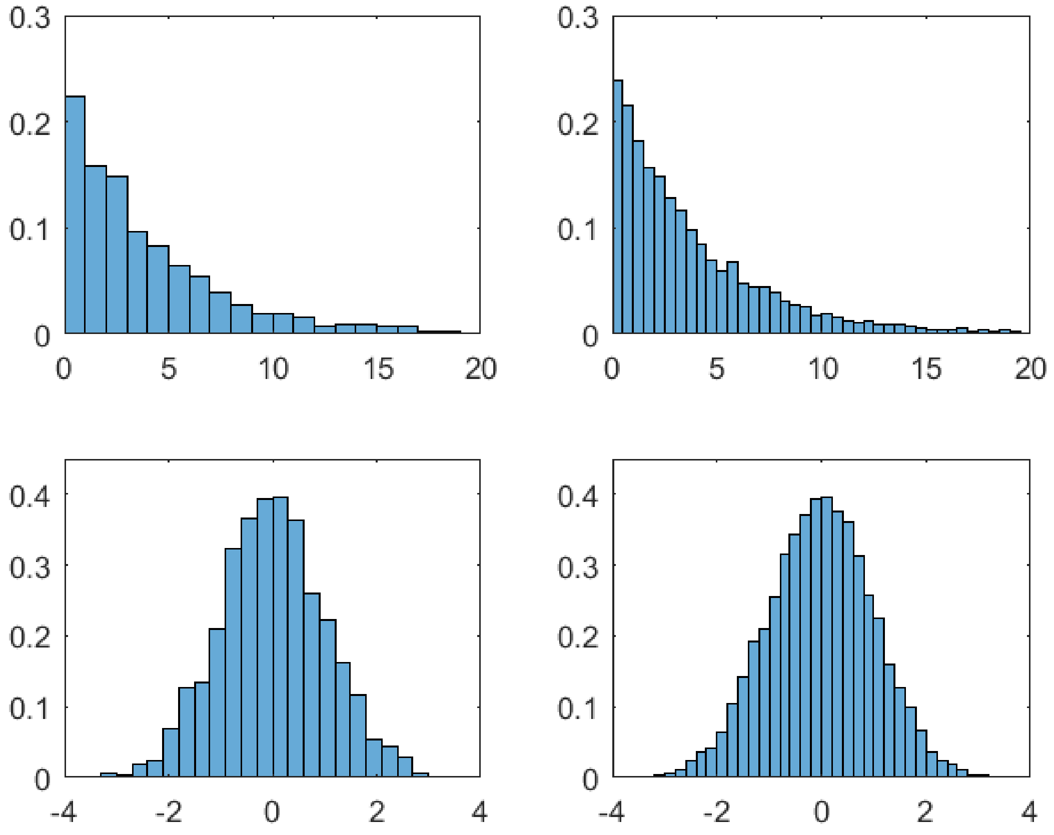
Тимур Соболев

Определение

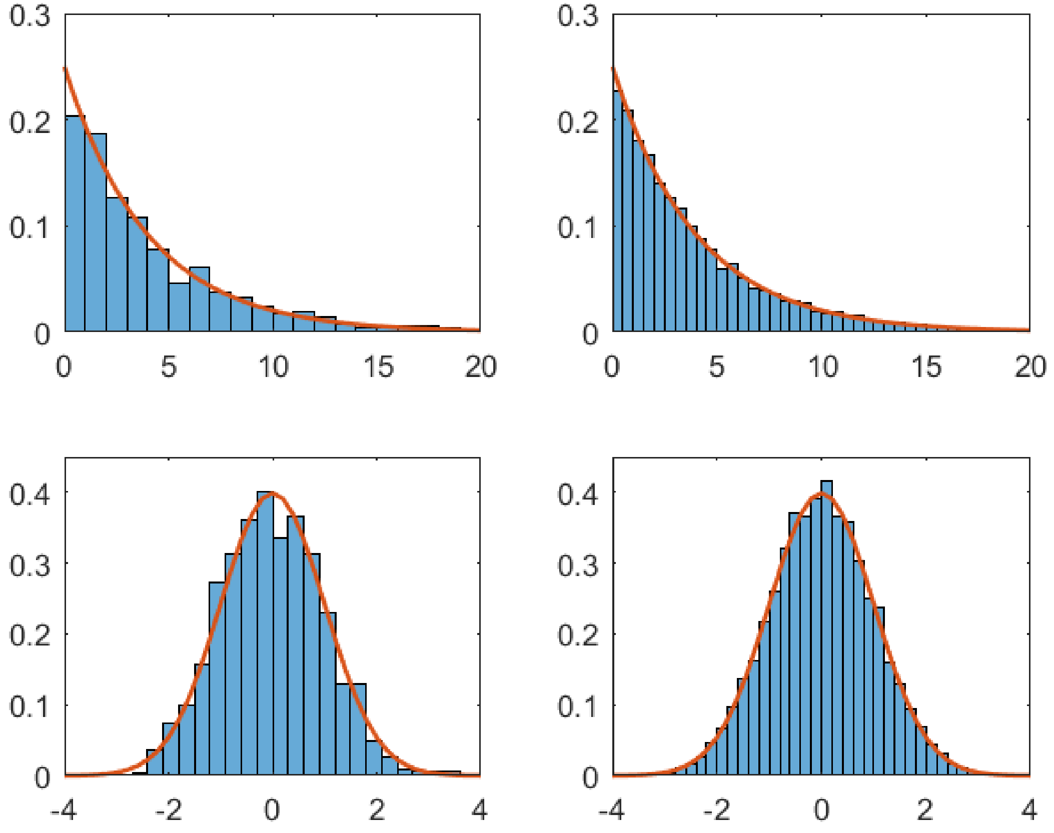
Экономический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова

- **Метод Монте-Карло** — общее название группы численных методов, основанных на получении большого числа реализаций случайного процесса, который формируется таким образом, чтобы его вероятностные характеристики совпадали с аналогичными величинами решаемой задачи.

Пример

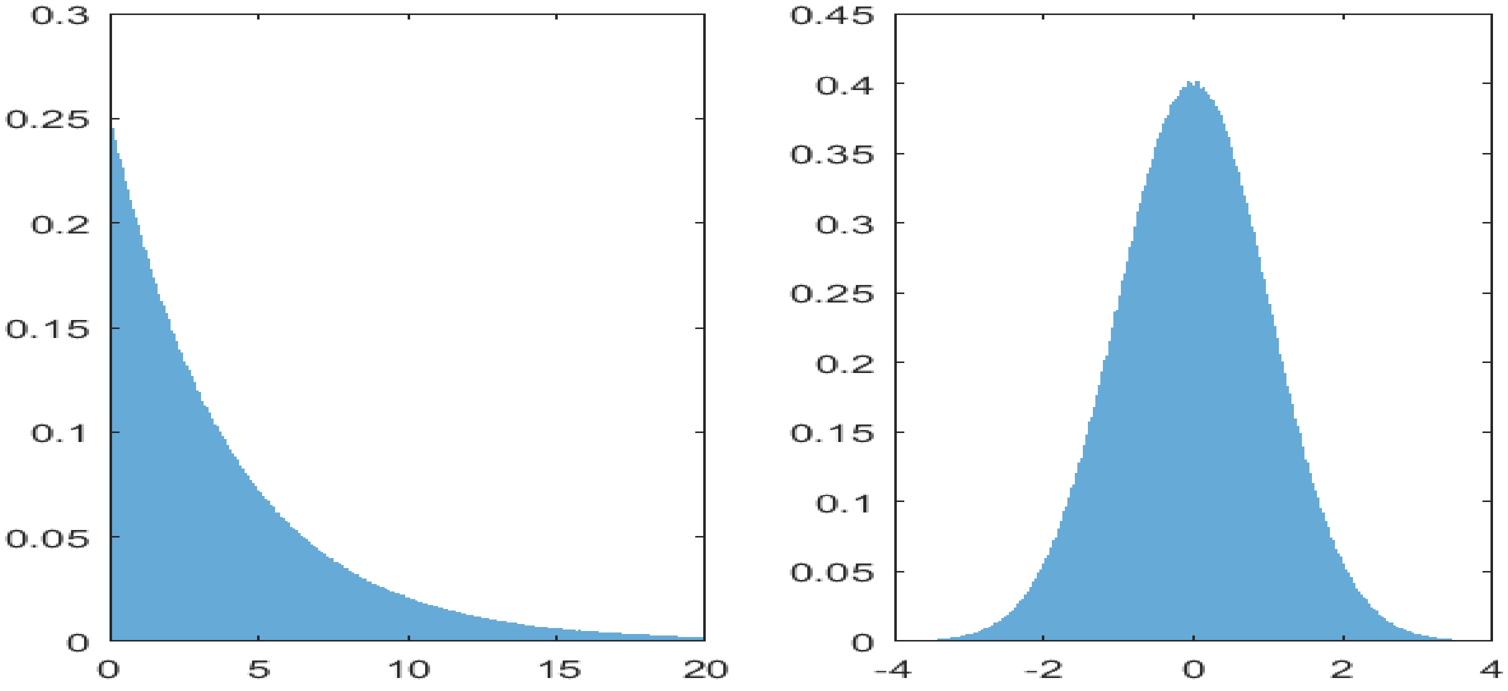


Пример


0.3
0.2
0.1
0
0
5
10
15
20
0.3
0.2
0.1
0
0
5
10
15
20
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-4
-2
0
2
4
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-4
-2
0
2
4

Пример

Экономический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова



Применение 1

Статья И. Стребулаева и У. Горналла «Squaring Venture Capital Valuations with Reality»

- Исследование фирм, финансируемых венчурным капиталом

Применение 1

Статья И. Стребулаева и У. Горналла «Squaring Venture Capital Valuations with Reality»

- Исследование фирм, финансируемых венчурным капиталом

Сейчас:

- Рыночная стоимость фирмы равна стоимости её акций
- Акции оцениваются по цене **последнего** раунда инвестиций
- В результате фирмы переоцениваются

Применение 1

Статья И. Стребулаева и У. Горналла «Squaring Venture Capital Valuations with Reality»

- Исследование фирм, финансируемых венчурным капиталом

Сейчас:

- Рыночная стоимость фирмы равна стоимости её акций
- Акции оцениваются по цене **последнего** раунда инвестиций
- В результате фирмы переоцениваются

В статье:

- Предполагается, что инвесторы здраво оценивают отдачу
- Рыночная стоимость компании определяется инвестициями в неё

Применение 1

Экономический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова

Формула ожидаемой отдачи от инвестиций:

$$I = V(0) = \mathbb{E}\left[e^{-Tr_f} f\left(X(T)\right)\right]$$

Применение 1

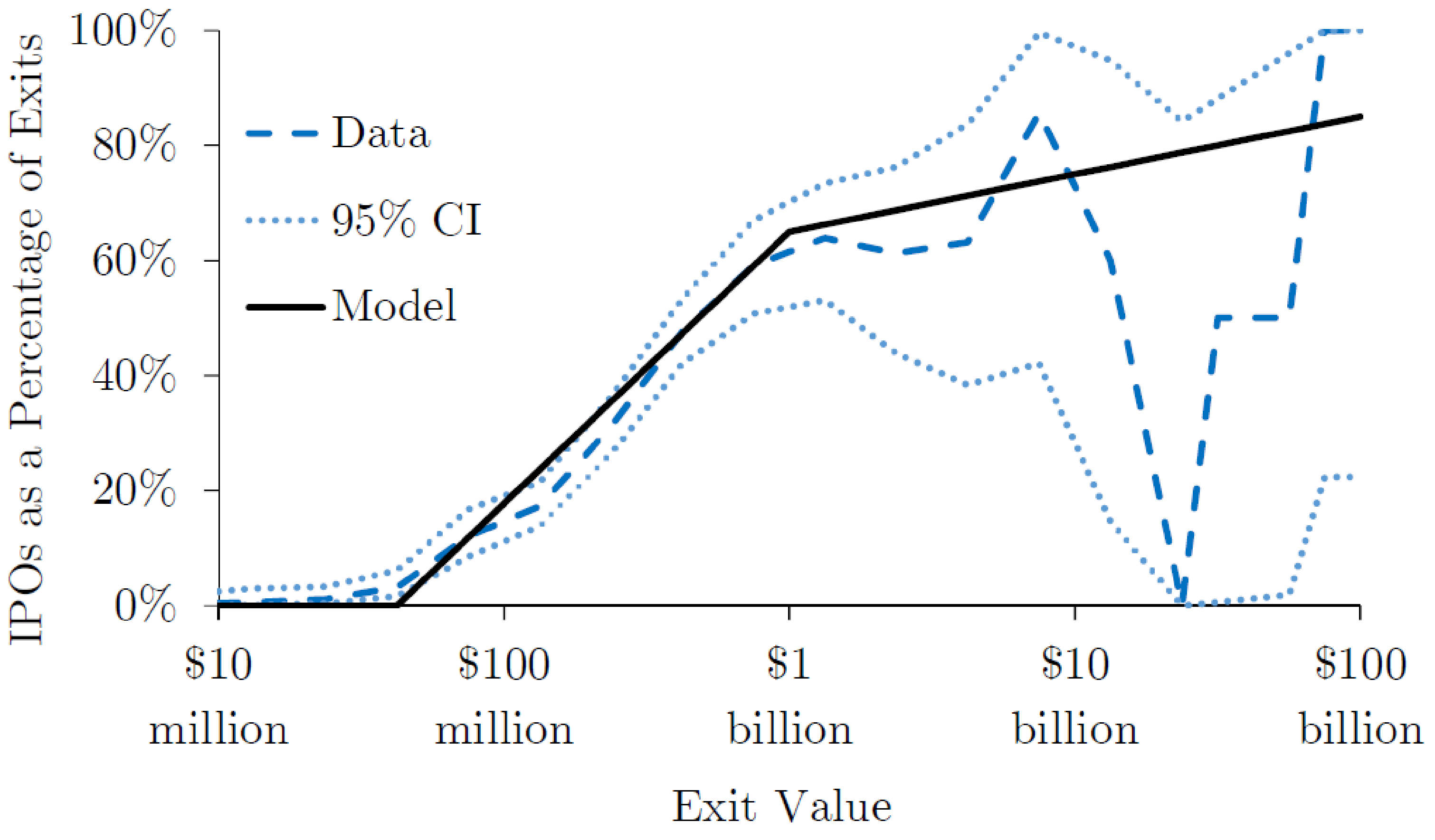
Формула ожидаемой отдачи от инвестиций:

$$I = V(0) = \mathbb{E}\left[e^{-Tr_f} f\left(X(T)\right)\right]$$

С учётом предпосылок о поведении стоимости фирмы:

$$I = \mathbb{E}\left[e^{-Tr_f} f\left(X(0)\, e^{\sqrt{\sigma^2 T}Z + (r_f - \sigma^2/2)T}\right)\right]$$

Вероятность выхода



Функция выплат

Экономический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова

$$f_2^{M\&A}(X) = \begin{cases} \frac{I_2}{I_1+I_2}X & \text{in liquidation} \\ \max\left\{\min\left\{CI_2, I_2 + (X - I_2) \times \frac{I_2}{P_2}\right\}, \frac{I_2}{P_2}X\right\} & \text{if Series A converts}, \\ \max\left\{\min\left\{CI_2, I_2 + \frac{(X-I_2-I_1)\times I_2/P_2}{1-I_1/P_1\times(1-I_2/P_2)}\right\}, \frac{I_2/P_2}{1-I_1/P_1\times(1-I_2/P_2)}X\right\} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

where liquidation takes place if $X \leq I_1 + I_2$ and Series A converts if

$$X > \max\left\{\min\left\{\frac{P_1 + I_2\left(1 - I_2/P_2\right)}{1 - I_2/P_2}, P_1 + I_2 C\right\}, \frac{P_1}{1 - I_2/P_2}\right\}. \quad (13)$$

Применение 1

Формула ожидаемой отдачи от инвестиций:

$$I = V(0) = \mathbb{E}\left[e^{-Tr_f} f\left(X(T)\right)\right]$$

С учётом предпосылок о поведении стоимости фирмы:

$$I = \mathbb{E}\left[e^{-Tr_f} f\left(X(0)\ e^{\sqrt{\sigma^2 T} Z + (r_f - \sigma^2/2)T}\right)\right]$$

Оценить математическое ожидание крайне сложно!

Применение 2

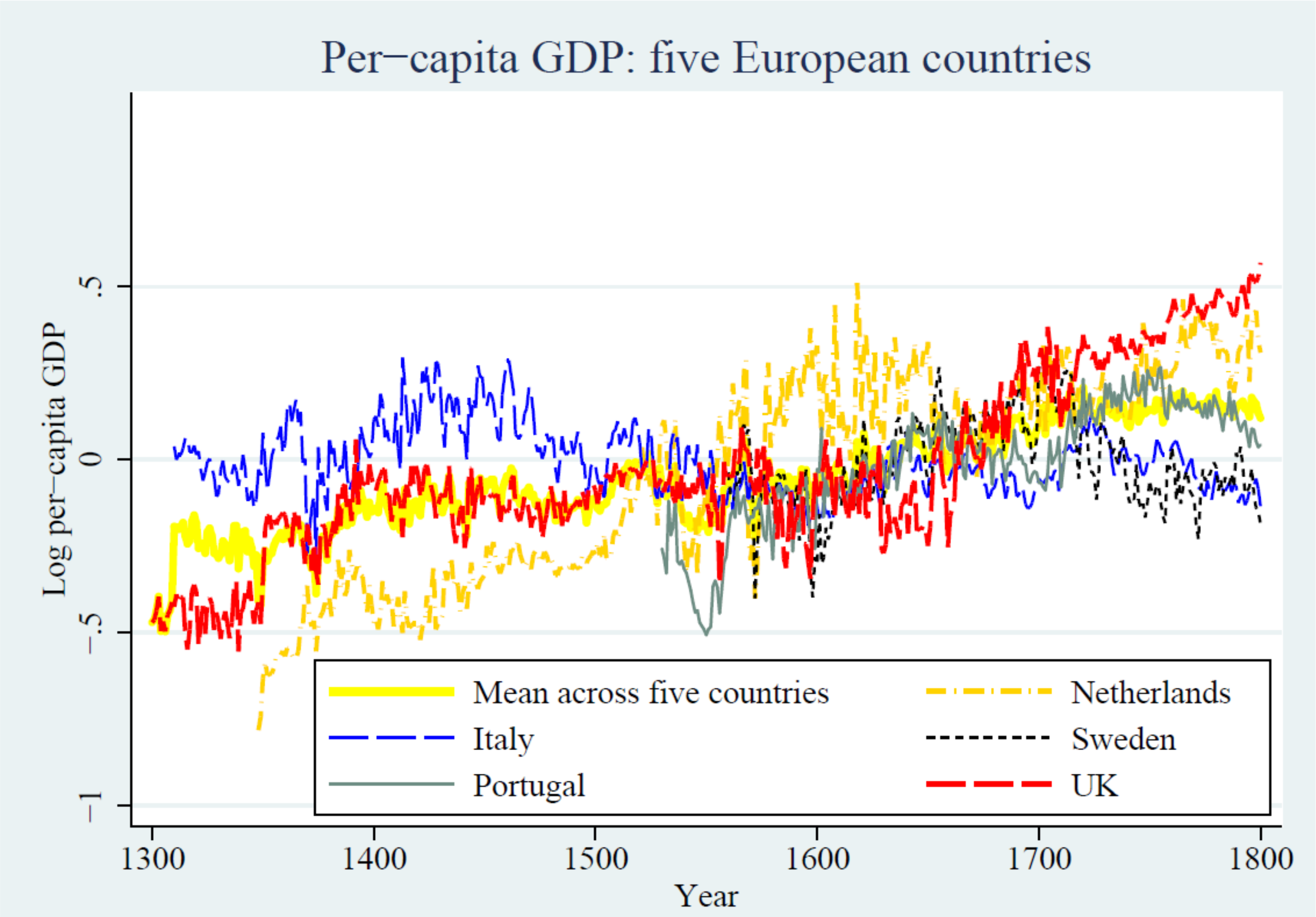
Статья N. Lagerlof «Understanding Per-capita Income Growth in Preindustrial Europe»

Модель:

- Мальтузианская модель с пересекающимися поколениями
- Временные (погодные условия) и постоянные (технический прогресс) шоки производства

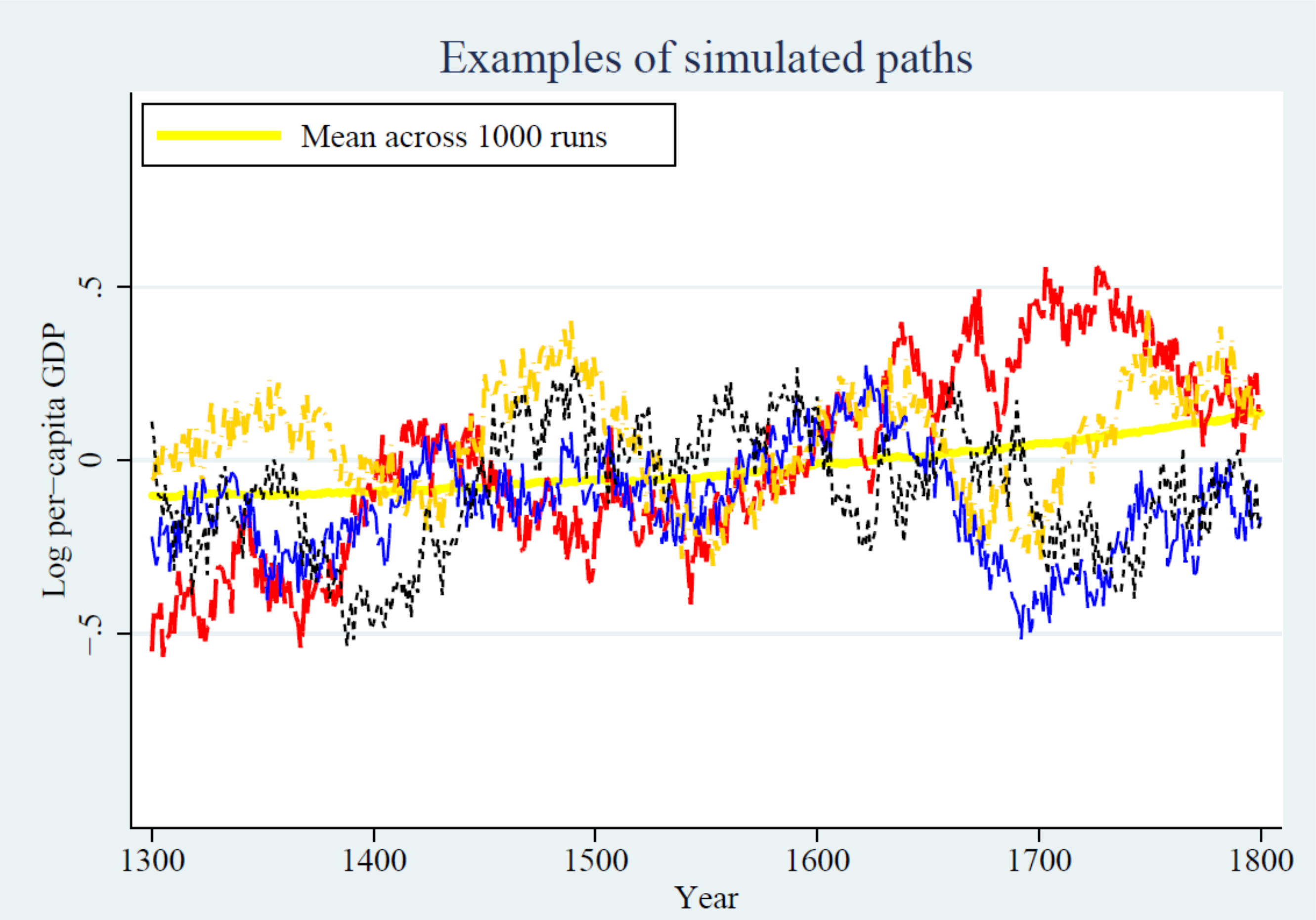
Исторические данные

Экономический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова



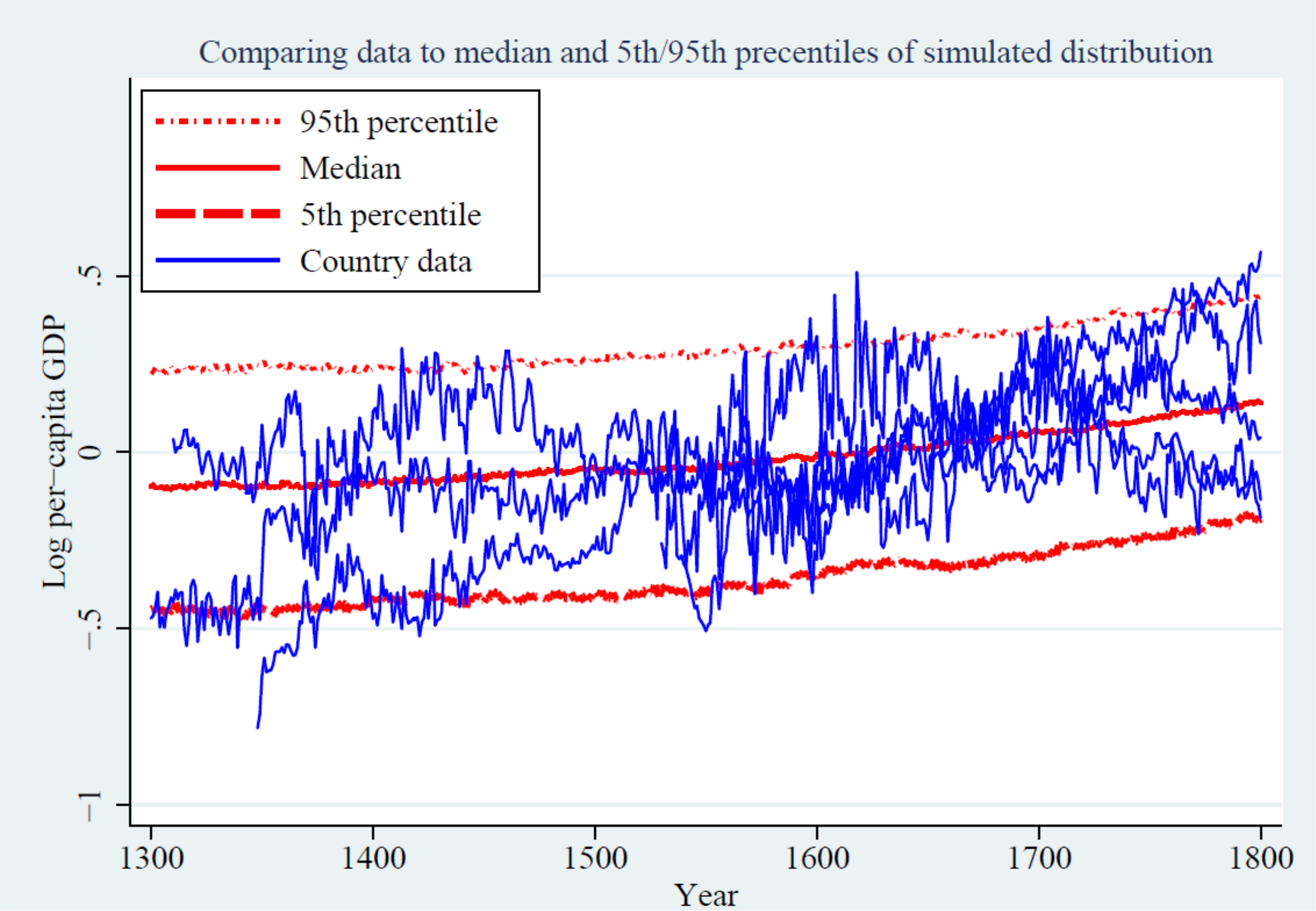
Симуляция

Экономический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова



Сравнение

Экономический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова



Применение 3

Байесовские методы в эконометрике

- Параметры – не константы, а случайные величины

Применение 3

Байесовские методы в эконометрике

- Параметры – не константы, а случайные величины
- Основа всех байесовских методов - $p(\theta|y) \propto p(y|\theta) * p(\theta)$
- $p(y|\theta)$ - функция максимального правдоподобия
- $p(\theta)$ - безусловное распределение параметра

Применение 3

Экономический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова

Байесовские методы в эконометрике

- Параметры – не константы, а случайные величины
- Основа всех байесовских методов - $p(\theta|y) \propto p(y|\theta) * p(\theta)$
- $p(y|\theta)$ - функция максимального правдоподобия
- $p(\theta)$ - безусловное распределение параметра

Откуда взять безусловное распределение?

Применение 3

Экономический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова

Байесовские методы в эконометрике

- Параметры – не константы, а случайные величины
- Основа всех байесовских методов - $p(\theta|y) \propto p(y|\theta) * p(\theta)$
- $p(y|\theta)$ - функция максимального правдоподобия
- $p(\theta)$ - безусловное распределение параметра

Откуда взять безусловное распределение?

- На основе теории и/или более широких данных вводятся предпосылки о параметрах распределения
- Проводится симуляция методом Монте-Карло

Спасибо за внимание!