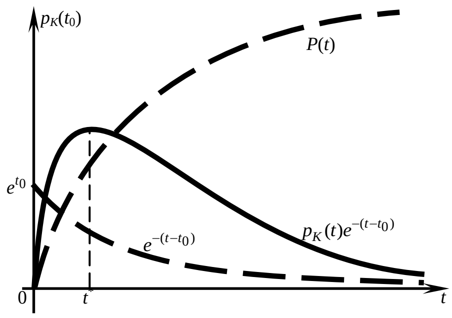
Тема 3. Динамические задачи оптимизации производства и потребления
Численные примеры

1. В соответствии с условием Викселя, реализация актива становится выгодной, когда темп прироста его стоимости, который Дж.Р. Хикс трактует как относительную предельную отдачу от (оправдавшихся) ожиданий, оказывается равным рыночной ставке процента. По-другому это условие можно сформулировать так: предельные альтернативные издержки вложения средств в проект, которые представляют собой ставку процента, должны сравняться с предельной доходностью инвестирования в виде темпа прироста стоимости актива.



Например, предположим, что бутылка вина сегодня стоит 5 (денежных единиц), и его стоимость после выдержки в t лет, равна первоначальной цене, умножаемой на $\sqrt[3]{t}$, то есть $p_K(t) = 5\sqrt[3]{t}$. Пусть, банковская ставка равна 15 процентов, тогда $p_K(1) = 5\sqrt[3]{t}e^{-0,15t}$. В соответствии с условием Викселя, $\frac{\dot{p}_K}{p_K} = \frac{1}{3t} = 0,15$; то есть следует выждать $t^* = \frac{20}{9}$ периодов, прежде чем продать бутылку вина.

2. Предположим, что в первоначальный момент (при t=0) домашнее хозяйство, предполагающее существовать бесконечно долго, состоит из одного индивидуума, и темп прироста численности домохозяйства равен 2 процентам. Пусть в каждый, данный момент времени полезность любого члена домохозяйства подчиняется зависимости $u(t) = 2\sqrt{c(t)}$, где $c(t)$ – “мгновенное” подушевое потребление. Норма индивидуальных межвременных предпочтений равна 0,03. Банковская ставка не меняется с течением времени и составляет 10 процентов годовых.

Тогда оптимальный темп прироста потребления каждого члена домохозяйства в непрерывном времени будет таким:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{0,1 - 0,02 - 0,03}{0,5} = 0,1.$$

Построим оптимальную траекторию динамики потребления, если в первоначальный момент времени (при t=0) объем потребления каждого индивидуума составляет 10:

$$c(t) = 10e^{0,1t}.$$

3. Пусть $q(t)$ – объем выпуска продукции предприятием в момент времени t. Предприятие работает в условиях совершенной конкуренции, причем цена на продукт $\bar{p} = const = 100$ не меняется во времени. Предположим, что в каждый, данный момент времени инвестируется определенная доля $u(t)$ выручки предприятия: $I(t) = u(t) \cdot TR(t)$. Допустим, что в соответствии с механизмом акселератора выручка растет пропорционально инвестициям с постоянным коэффициентом акселерации $\alpha = 6$, то есть

$\frac{dTR(t)}{dt} = 6I(t)$. Пусть эксплуатационные (операционные) расходы фирмы $c(t)$ так же пропорциональны выручке со стационарным во времени коэффициентом пропорциональности $\beta = 0{,}5$, то есть $c(t) = 0{,}5 \cdot TR(t)$. Изначально (при t=0) в распоряжении предприятия находятся запасы продукции в размере $q(0) = 10$ (ед.). Предприятие облагается налогом на прибыль по ставке $\gamma = 0{,}2$. Банковская ставка не меняется с течением времени и составляет 10 процентов годовых.

Тогда стратегия инвестиций, максимизирующая прибыль к моменту T=30, будет состоять в том, чтобы до момента $\tau = 20 + 10\ln\frac{2}{15}$ инвестировать всю прибыль, а потом – извлекать всю прибыль из предприятия.