

Тема 3. Динамические задачи оптимизации производства и потребления

Задания для самостоятельной работы

1. Бутылка вина стоит 100 (ден.ед.), и его стоимость после выдержки в t лет, равна первоначальной цене, умножаемой на \sqrt{t} . Ставка процента равна 10%. Сколько следует выждать, прежде чем продать бутылку вина, и сколько денег вы выручите от продажи? Предположим, что сразу после покупки вам предложили 130 долл. за бутылку. Следует ли вам принять это предложение? Каков будет ответ, если ставка процента окажется в два раза меньше?
2. Предположим, что в первоначальный момент (при $t=0$) домашнее хозяйство, предполагающее существовать бесконечно долго, состоит из одного индивидуума, и его активы составляют 100 (ден.ед.). Темп прироста численности домохозяйства равен 1 проценту. Величина активов неограниченно долго живущего домохозяйства в пределе, когда время стремится к бесконечности, не должна быть отрицательной – все долги должны быть выплачены. В каждый, данный момент времени полезность любого члена домохозяйства подчиняется зависимости $u(t) = 5\sqrt{c(t)}$, где $c(t)$ – “мгновенное” душевное потребление. Норма индивидуальных межвременных предпочтений равна 0,02. Банковская ставка не меняется с течением времени и составляет 10 процентов годовых. Рассчитайте оптимальный темп прироста потребления каждого члена домохозяйства и постройте его оптимальную траекторию, если в первоначальный момент времени (при $t=0$) объем потребления каждого индивидуума составляет 10 (ден.ед.).
3. Пусть $q(t)$ – объем выпуска продукции предприятием в момент времени t . Предприятие работает в условиях совершенной конкуренции, причем цена на продукт $\bar{p} = const = 10$ не меняется во времени. Предположим, что в каждый, данный момент времени инвестируется определенная доля $u(t)$ выручки предприятия: $I(t) = u(t) \cdot TR(t)$. Допустим, что в соответствии с механизмом акселератора выручка растет пропорционально инвестициям с постоянным коэффициентом акселерации $\alpha = 5$, то есть $\frac{dTR(t)}{dt} = 5I(t)$. Пусть эксплуатационные (операционные) расходы фирмы $c(t)$ так же пропорциональны выручке со стационарным во времени коэффициентом пропорциональности $\beta = 0,4$, то есть $c(t) = 0,4 \cdot TR(t)$. Изначально (при $t=0$) в распоряжении предприятия находятся запасы продукции в размере $q(0) = 5$ (ед.). Предприятие облагается налогом на прибыль по ставке $\gamma = 0,1$. Банковская ставка не меняется с течением времени и составляет 10 процентов годовых. Выберите такую стратегию инвестиций, то есть так распределите их коэффициент $u(t)$ во времени, чтобы к моменту $T=20$ (лет) прибыль, полученная предприятием, была максимальной.